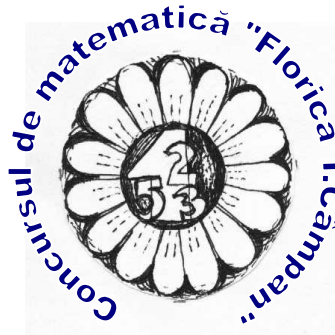


CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
EDIȚIA A X-A
ETAPA JUDEȚEANĂ, 20 FEBRUARIE 2010



Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

a) Descompuneți complet în factori expresia:

$$N(x, y) = x^5 - x^4y - 13x^3y^2 + 13x^2y^3 + 36xy^4 - 36y^5.$$

b) Demonstrați că nu există valori întregi ale numerelor x și y pentru care $N(x, y) = 77$.

SUBIECTUL II

Fie A , B , C și D patru puncte necoplanare în spațiu, astfel încât $AB = CD$. Patru bondari zboară pe traiectorii rectilinii, paralele, trecând fiecare prin câte unul dintre cele patru puncte. Oricare bondar își alege traseul în așa fel încât unghiurile formate de traiectoria sa cu dreptele AB , respectiv CD , să fie egale.

a) Demonstrați că distanța dintre traiectoriile bondarilor care trec prin A , respectiv prin B , este egală cu distanța dintre traiectoriile bondarilor care trec prin C , respectiv prin D .

b) Arătați că niște bondari inteligenți își pot alege drumul în cel puțin $2^{20} + 2010^2$ moduri, astfel încât să fie respectate cerințele problemei.

SUBIECTUL III

În fiecare pătrățel al unei table de șah este scris câte un număr natural. Fiecare număr n utilizat pentru completarea tablei apare pe tablă de câte n ori, iar pe prima linie există, ordonate strict crescător, toate numerele folosite.

a) Arătați că, dintre cele opt numere de pe prima linie, cel mult șase sunt pare.

b) Determinați cel mai mare număr care poate apărea pe tablă.

c) Demonstrați că există o singură modalitate de completare a primei linii astfel încât produsul numerelor de această linie să fie impar.

Notă: Timp de lucru - 2 ore

Fiecare subiect se notează cu punctaje cuprinse între 2 și 15